Н. ІЛЕСКЕНҚЫЗЫ, Б. Е. КАНГУЖИН

(әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан Республикасы)

ЛОКАЛЬДЫ ЕМЕС ШЕКАРАЛЫҚ ШАРТТЫ ЕКІ ЕСЕЛІ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ОПЕРАТОРДЫҢ ГРИН ФУНКЦИЯСЫ

Аннотация

Жұмыста $L_2[0,\pi]$ кеңістігінде екі еселі дифференциалды теңдеу мен локальды емес шекаралық шарт-тардан туындайтын L_σ операторы қарастырылады. $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)\cup\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ ойылған аралығында L_σ операторының Грин функциясының айқын формуласы жазылды.

Кілт сөздер: Грин функциясы, локальды емес шекаралық шарт.

Ключевые слова: функция Грина, нелокальные краевые условия.

Keywords: Green's function, not local regional conditions.

$L_2[0,\pi]$ кеңістігінде екінші ретті оператордың локальды емес шекаралық есебінің Грин функциясын [1] қарастырамыз.

L_σ операторын келесі есепке сәйкестендіріп аламыз:

$$-y''(x)=\lambda y(x)+f(x),\quad 0<x<\frac{\pi}{2},\ \frac{\pi}{2}<x<\pi\cdot \tag{1}$$

$$y(0)=0,\quad y\left(\frac{\pi}{2}-0\right)=y\left(\frac{\pi}{2}+0\right)-\int_0^\pi(-y''(x))\overline{\sigma(x)}dx,$$

$$y'\left(\frac{\pi}{2}-0\right)=y'\left(\frac{\pi}{2}+0\right)+\alpha y\left(\frac{\pi}{2}-0\right),\quad y(\pi)=0 \tag{2}$$

мұндағы $\sigma(x)\in L_2[0,\pi]$, $f(x)\in L_2[0,\pi]$, α – кез келген сан.

Лемма. (1)-теңдеудің дербес шешімі келесі түрде анықталады:

$$y(x)=\int_0^x\frac{\sin\sqrt{\lambda}(t-x)}{\sqrt{\lambda}}f(t)dt, \tag{3}$$

Дәлелдеу. (3)-формуланы пайдаланып, $y'(x)$ және $y''(x)$ табайық.

$$y'(x)=-\int_0^x\cos\sqrt{\lambda}(t-x)f(t)dt, \tag{4}$$

$$y''(x) = -\int_0^x \sqrt{\lambda}\sin\sqrt{\lambda}(t-x)f(t) - f(x), \tag{5}$$

(5)-формуланың оң жағына $\sqrt{\lambda}$ көбейтіп бөлу арқылы келесі өрнекті аламыз:

$$-y''(x) = \int_0^x \sqrt{\lambda}\sin\sqrt{\lambda}\left(t-x\right) f(t) + f(x) = \lambda\left(\int_0^x \frac{\sin\sqrt{\lambda}\left(t-x\right)}{\sqrt{\lambda}} f(t)dt\right) + f(x) = \lambda y(x) + f(x).$$

Лемма дәлелденді.

Теорема. Кез келген $f(x) \in L_2[0,\pi]$ үшін (1),(2)-есептің шешімі бар (жалғыз) және келесі түрде болады:

$$y(x,\lambda) = \begin{cases} \int_0^\pi G_1(x,t,\lambda)f(t)dt, & \text{егер} \quad 0 < x < \dfrac{\pi}{2}, \\ \int_0^\pi G_2(x,t,\lambda)f(t)dt, & \text{егер} \quad \dfrac{\pi}{2} < x < \pi, \end{cases} \tag{6}$$

мұндағы интегралдық оператордың өзектері $G_1(x,t,\lambda)$, $G_2(x,t,\lambda)$ сәйкесінше $x \in \left(0, \dfrac{\pi}{2}\right)$, $x \in \left(\dfrac{\pi}{2}, \pi\right)$ аралығындағы L_σ операторының Грин функциясын анықтайды және

$$G_1(x,t,\lambda) = \begin{cases} \dfrac{\sin\sqrt{\lambda}(x-t)}{\sqrt{\lambda}} + \dfrac{\sin\sqrt{\lambda}x}{\sqrt{\lambda}\Delta(\lambda)}\left(E_1(t,\lambda)+E_2(t,\lambda)\right), & \text{егер} \quad t\in(0,x), \\ \dfrac{\sin\sqrt{\lambda}x}{\sqrt{\lambda}\Delta(\lambda)}\left(E_1(t,\lambda)+E_2(t,\lambda)\right), & \text{егер} \quad t\in\left(x,\dfrac{\pi}{2}\right), \\ \dfrac{\sin\sqrt{\lambda}x}{\sqrt{\lambda}\Delta(\lambda)}\left(E_1(t,\lambda)+E_3(t,\lambda)\right), & \text{егер} \quad t\in\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right), \end{cases} \tag{7}$$

$$G_2(x,t,\lambda) = \begin{cases} \dfrac{\sin\sqrt{\lambda}(\pi-x)}{\sqrt{\lambda}}\left(F_1(t,\lambda)+F_2(t,\lambda)\right), & \text{егер} \quad t\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right), \\ \dfrac{\sin\sqrt{\lambda}(\pi-x)}{\sqrt{\lambda}\Delta(\lambda)}\left(F_1(t,\lambda)+F_3(t,\lambda)\right), & \text{егер} \quad t\in\left(\dfrac{\pi}{2},x\right), \\ -\dfrac{\sin\sqrt{\lambda}(t-x)}{\sqrt{\lambda}} + \dfrac{\sin\sqrt{\lambda}(\pi-x)}{\sqrt{\lambda}\Delta(\lambda)}\left(F_1(t,\lambda)+F_3(t,\lambda)\right), & \text{егер} \quad t\in(x,\pi), \end{cases} \tag{8}$$

түрінде өрнектеледі, мұндағы

$$E_1(t,\lambda)=\frac{\sin\sqrt{\lambda}(\pi-t)}{\sqrt{\lambda}}-\overline{\sigma(t)}\cos\frac{\sqrt{\lambda}\pi}{2}-\sqrt{\lambda}\cos\sqrt{\lambda}\left(t-\frac{\pi}{2}\right)\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\sin\sqrt{\lambda}(\pi-\xi)\overline{\sigma(\xi)}d\xi,$$

$$E_2(t,\lambda)=\alpha\sin\sqrt{\lambda}\left(t-\frac{\pi}{2}\right)\left(\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\sin\sqrt{\lambda}(\pi-\xi)\overline{\sigma(\xi)}d\xi+\frac{\sin\frac{\sqrt{\lambda}\pi}{2}}{\lambda}\right)-\sqrt{\lambda}\cos\frac{\sqrt{\lambda}\pi}{2}\int_{t}^{\frac{\pi}{2}}\sin\sqrt{\lambda}(t-\xi)\overline{\sigma(\xi)}d\xi,$$

$$E_3(t,\lambda)=\sqrt{\lambda}\cos\frac{\sqrt{\lambda}\pi}{2}\int_{\frac{\pi}{2}}^{t}\sin\sqrt{\lambda}(t-\xi)\overline{\sigma(\xi)}d\xi,$$

$$F_1(t,\lambda)=\sqrt{\lambda}\cos\sqrt{\lambda}\left(t-\frac{\pi}{2}\right)\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\sin\sqrt{\lambda}\xi\cdot\overline{\sigma(\xi)}d\xi+\left(\cos\frac{\sqrt{\lambda}\pi}{2}-\frac{\alpha}{\sqrt{\lambda}}\sin\frac{\sqrt{\lambda}\pi}{2}\right)\overline{\sigma(t)}+$$

$$+\frac{\sin\sqrt{\lambda}t}{\sqrt{\lambda}}-\frac{\alpha}{\lambda}\sin\frac{\sqrt{\lambda}\pi}{2}\cdot\sin\sqrt{\lambda}\left(t-\frac{\pi}{2}\right),$$

$$F_2(t,\lambda)=\alpha\sin\sqrt{\lambda}\left(t-\frac{\pi}{2}\right)\left(\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\sin\sqrt{\lambda}\xi\cdot\overline{\sigma(\xi)}d\xi+\frac{\sin\frac{\sqrt{\lambda}\pi}{2}}{\lambda}\right)+\sqrt{\lambda}\cos\frac{\sqrt{\lambda}\pi}{2}\int_{t}^{\frac{\pi}{2}}\sin(t-\xi)\overline{\sigma(\xi)}d\xi-$$

$$-\alpha\sin\frac{\sqrt{\lambda}\pi}{2}\int_{t}^{\frac{\pi}{2}}\sin\sqrt{\lambda}(t-\xi)\overline{\sigma(\xi)}d\xi,$$

$$F_3(t,\lambda)=\alpha\sin\frac{\sqrt{\lambda}\pi}{2}\int_{\frac{\pi}{2}}^{t}\sin\sqrt{\lambda}(t-\xi)\overline{\sigma(\xi)}d\xi-\sqrt{\lambda}\cos\frac{\sqrt{\lambda}\pi}{2}\int_{\frac{\pi}{2}}^{t}\sin\sqrt{\lambda}(t-\xi)\cdot\overline{\sigma(\xi)}d\xi. \qquad (9)$$

$$\Delta(\lambda)=\frac{\sin\sqrt{\lambda}\pi}{\sqrt{\lambda}}+\sqrt{\lambda}\cos\frac{\sqrt{\lambda}\pi}{2}\left(\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\sin\sqrt{\lambda}x\cdot\overline{\sigma(x)}dx-\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\sin\sqrt{\lambda}(\pi-x)\cdot\overline{\sigma(x)}dx\right)+$$

$$+\alpha\sin\frac{\sqrt{\lambda}\pi}{2}\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\sin(\pi-x)\overline{\sigma(x)}dx-\frac{\alpha}{\lambda}\sin^2\frac{\sqrt{\lambda}\pi}{2}.$$

Дәлелдеу. Кез келген $f(x)\in L_2[0,\pi]$ функциясы үшін (1),(2)-есептің шешімін келесі түрде қарастырамыз:

$$
y(x,\lambda)=\begin{cases}\int\limits_0^x \frac{\sin\sqrt{\lambda}(t-x)}{\sqrt{\lambda}}f(t)dt+c_1\frac{\sin\sqrt{\lambda}x}{\sqrt{\lambda}}+c_2\frac{\cos\sqrt{\lambda}x}{\sqrt{\lambda}}, & \text{егер} \quad 0<x<\frac{\pi}{2},\\ -\int\limits_x^\pi \frac{\sin\sqrt{\lambda}(t-x)}{\sqrt{\lambda}}f(t)dt+D_1\frac{\sin\sqrt{\lambda}(\pi-x)}{\sqrt{\lambda}}+D_2\frac{\cos\sqrt{\lambda}(\pi-x)}{\sqrt{\lambda}}, & \text{егер} \quad \frac{\pi}{2}<x<\pi,\end{cases} \tag{10}
$$

(10)-формуланы $y(0) = 0$ және $y(\pi) = 0$ шекаралық шарттарына апарып қойсақ, онда $c_2 = 0$ және $D_2 = 0$ болады да, (10)-формула келесі түрде болады:

$$
y(x,\lambda)=\begin{cases}\int\limits_0^x \frac{\sin\sqrt{\lambda}(t-x)}{\sqrt{\lambda}}f(t)dt+c_1\frac{\sin\sqrt{\lambda}x}{\sqrt{\lambda}}, & \text{егер} \quad 0<x<\frac{\pi}{2},\\ -\int\limits_x^\pi \frac{\sin\sqrt{\lambda}(t-x)}{\sqrt{\lambda}}f(t)dt+D_1\frac{\sin\sqrt{\lambda}(\pi-x)}{\sqrt{\lambda}}, & \text{егер} \quad \frac{\pi}{2}<x<\pi,\end{cases} \tag{11}
$$

Келесі өрнекті (11)-формуласын пайдаланып есептейік:

$$
\int\limits_0^\pi(-y''(x))\overline{\sigma(x)}dx=\lambda\int\limits_0^\pi y(x)\overline{\sigma(x)}dx+\int\limits_0^\pi f(x)\overline{\sigma(x)}dx=
$$

$$
=\lambda\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\int\limits_0^x\frac{\sin\sqrt{\lambda}(t-x)}{\sqrt{\lambda}}\overline{\sigma(x)}f(t)dtdx+\lambda c_1\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin\sqrt{\lambda}x}{\sqrt{\lambda}}\overline{\sigma(x)}dx-
$$

$$
-\lambda\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\int\limits_x^\pi\frac{\sin\sqrt{\lambda}(t-x)}{\sqrt{\lambda}}\overline{\sigma(x)}f(t)dtdx+\lambda D_1\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\frac{\sin\sqrt{\lambda}(\pi-x)}{\sqrt{\lambda}}\overline{\sigma(x)}dx+\int\limits_0^\pi f(x)\overline{\sigma(x)}dx. \tag{12}
$$

Енді (11), (12)-формулаларды қалған екі шекаралық шартқа қойсақ:

$$
c_1\left(\frac{\sin\frac{\sqrt{\lambda}\pi}{2}}{\sqrt{\lambda}}+\sqrt{\lambda}\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\sqrt{\lambda}x\cdot\overline{\sigma(x)}dx\right)+D_1\left(\sqrt{\lambda}\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\sin\sqrt{\lambda}(\pi-x)\overline{\sigma(x)}dx-\frac{\sin\frac{\sqrt{\lambda}\pi}{2}}{\sqrt{\lambda}}\right)=A(\lambda),
$$

(13)

$$
c_1\left(\cos\frac{\sqrt{\lambda}\pi}{2}-\frac{\alpha}{\sqrt{\lambda}}\sin\frac{\sqrt{\lambda}\pi}{2}\right)+D_1\cos\frac{\sqrt{\lambda}\pi}{2}=B(\lambda), \tag{14}
$$

мұндағы

$$
A(\lambda)=\lambda\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\int\limits_x^\pi\frac{\sin\sqrt{\lambda}(t-x)}{\sqrt{\lambda}}f(t)\overline{\sigma(x)}dtdx-\lambda\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\int\limits_0^x\frac{\sin\sqrt{\lambda}(t-x)}{\sqrt{\lambda}}\overline{\sigma(x)}f(t)dtdx-
$$

$$-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin\sqrt{\lambda}\left(t-\frac{\pi}{2}\right)}{\sqrt{\lambda}}-\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\frac{\sin\sqrt{\lambda}\left(t-\frac{\pi}{2}\right)}{\sqrt{\lambda}}f(t)dt-\int_0^{\pi}f(t)\overline{\sigma(t)}dt. \tag{15}$$

$$B(\lambda)=\int_0^{\pi}\cos\sqrt{\lambda}\left(t-\frac{\pi}{2}\right)f(t)dt+\alpha\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin\sqrt{\lambda}\left(t-\frac{\pi}{2}\right)}{\sqrt{\lambda}}f(t)dt. \tag{16}$$

(13), (14)-өрнектегі c_1, D_1 тұрақты шамаларын табу үшін Крамер әдісін пайдаланып, келесі өрнекті аламыз:

$$c_1=\frac{A(\lambda)\cos\frac{\sqrt{\lambda}\pi}{2}-B(\lambda)\left(\sqrt{\lambda}\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\sin\sqrt{\lambda}(\pi-x)\overline{\sigma(x)}-\frac{1}{\sqrt{\lambda}}\sin\frac{\sqrt{\lambda}\pi}{2}\right)}{\Delta(\lambda)}, \tag{17}$$

$$D_1=\frac{B(\lambda)\left(\sqrt{\lambda}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\sqrt{\lambda}x\cdot\overline{\sigma(x)}dx+\frac{1}{\sqrt{\lambda}}\sin\frac{\sqrt{\lambda}\pi}{2}\right)+A(\lambda)\left(\frac{\alpha}{\sqrt{\lambda}}\sin\frac{\sqrt{\lambda}\pi}{2}-\cos\frac{\sqrt{\lambda}\pi}{2}\right)}{\Delta(\lambda)}, \tag{18}$$

мұндағы

$$\Delta(\lambda)=\frac{\sin\sqrt{\lambda}\pi}{\sqrt{\lambda}}+\sqrt{\lambda}\cos\frac{\sqrt{\lambda}\pi}{2}\left(\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\sqrt{\lambda}x\cdot\overline{\sigma(x)}dx-\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\sin\sqrt{\lambda}(\pi-x)\cdot\overline{\sigma(x)}dx\right)+$$

$$+\alpha\sin\frac{\sqrt{\lambda}\pi}{2}\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\sin(\pi-x)\cdot\overline{\sigma(x)}dx-\frac{\alpha}{\lambda}\sin^2\frac{\sqrt{\lambda}\pi}{2}.$$

Енді осы (17), (18)-формулаларды (11)-формулаға апарып қойсақ:

$$y(x,\lambda)=\begin{cases}\int_0^{x}\frac{\sin\sqrt{\lambda}(t-x)}{\sqrt{\lambda}}f(t)dt+\frac{\sin\sqrt{\lambda}x}{\sqrt{\lambda}\Delta(\lambda)}\cdot\left(A(\lambda)\cos\frac{\sqrt{\lambda}\pi}{2}+B(\lambda)\left(\frac{\sin\frac{\sqrt{\lambda}\pi}{2}}{\sqrt{\lambda}}-\sqrt{\lambda}\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\sin\sqrt{\lambda}(\pi-x)\cdot\overline{\sigma(x)}dx\right)\right) & 0<x<\frac{\pi}{2}\\ -\int_x^{\pi}\frac{\sin\sqrt{\lambda}(t-x)}{\sqrt{\lambda}}f(t)dt+\frac{\sin\sqrt{\lambda}(\pi-x)}{\sqrt{\lambda}\Delta(\lambda)}\left(B(\lambda)\left(\sqrt{\lambda}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\sqrt{\lambda}x\cdot\overline{\sigma(x)}dx+\frac{\sin\frac{\sqrt{\lambda}\pi}{2}}{\sqrt{\lambda}}\right)+A(\lambda)\left(\frac{\alpha\sin\frac{\sqrt{\lambda}\pi}{2}}{\sqrt{\lambda}}-\cos\frac{\sqrt{\lambda}\pi}{2}\right)\right) & \frac{\pi}{2}<x<\pi\end{cases}$$

болады. $y_1(x,\lambda)$ деп шешімнің $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ аралығындағы мәнін, ал $x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ аралығындағы мәнін $y_2(x,\lambda)$ деп белгілеу енгізейік. Сонымен қатар (15), (16)-формулаларын ескере отырып, екі еселі интегралдарды түрлендіру нәтижесінде төмендегі өрнектерді аламыз:

$$y_1(x,\lambda)=\int_0^x \frac{\sin\sqrt{\lambda}\,(t-x)}{\sqrt{\lambda}}f(t)\,dt+\frac{\sin\sqrt{\lambda}x}{\sqrt{\lambda}\Delta(\lambda)}\left(\int_0^{\pi}E_1(t,\lambda)f(t)\,dt+\int_0^{\frac{\pi}{2}}E_2(t,\lambda)f(t)\,dt+\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}E_3(t,\lambda)f(t)\,dt\right),$$

$$0<x<\frac{\pi}{2}, \tag{19}$$

$$y_2(x,\lambda)=-\int_x^{\pi}\frac{\sin\sqrt{\lambda}(t-x)}{\sqrt{\lambda}}f(t)dt+\frac{\sin\sqrt{\lambda}(\pi-x)}{\sqrt{\lambda}\Delta(\lambda)}\left(\int_0^{\pi}F_1(t,\lambda)f(t)dt+\int_0^{\frac{\pi}{2}}F_2(t,\lambda)f(t)dt+\right.$$

$$\left.+\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}F_3(t,\lambda)f(t)dt\right),\quad \frac{\pi}{2}<x<\pi, \tag{20}$$

мұндағы $E_i(t,\lambda),\ i=\overline{1{,}3},\ \ F_j(t,\lambda),\ \ j=\overline{1{,}3}$ функциялары (9)-формуламен анықталады.

Демек, (18)-формуланы пайдаланып, $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ аралығындағы Грин функциясы:

$$G_1(x,t,\lambda)=\begin{cases}\dfrac{\sin\sqrt{\lambda}(x-t)}{\sqrt{\lambda}}+\dfrac{\sin\sqrt{\lambda}x}{\sqrt{\lambda}\Delta(\lambda)}\left(E_1(t,\lambda)+E_2(t,\lambda)\right), & егер\quad t\in(0,x),\\ \dfrac{\sin\sqrt{\lambda}x}{\sqrt{\lambda}\Delta(\lambda)}\left(E_1(t,\lambda)+E_2(t,\lambda)\right), & егер\quad t\in\left(x,\dfrac{\pi}{2}\right),\\ \dfrac{\sin\sqrt{\lambda}x}{\sqrt{\lambda}\Delta(\lambda)}\left(E_1(t,\lambda)+E_3(t,\lambda)\right), & егер\quad t\in\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right),\end{cases}$$

болады. Ал (19)-формуладан $x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ аралығындағы Грин функциясы:

$$G_2(x,t,\lambda)=\begin{cases}\dfrac{\sin\sqrt{\lambda}(\pi-x)}{\sqrt{\lambda}}\left(F_1(t,\lambda)+F_2(t,\lambda)\right), & егер\quad t\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right),\\ \dfrac{\sin\sqrt{\lambda}(\pi-x)}{\sqrt{\lambda}\Delta(\lambda)}\left(F_1(t,\lambda)+F_3(t,\lambda)\right), & егер\quad t\in\left(\dfrac{\pi}{2},x\right),\\ -\dfrac{\sin\sqrt{\lambda}(t-x)}{\sqrt{\lambda}}+\dfrac{\sin\sqrt{\lambda}(\pi-x)}{\sqrt{\lambda}\Delta(\lambda)}\left(F_1(t,\lambda)+F_3(t,\lambda)\right), & егер\quad t\in(x,\pi),\end{cases}$$

болады. Бұдан (6)-формуланы аламыз. Енді кері жорып шешімді екеу деп, екінші шешімді $y^*(x)$ түрде алып, екі шешімнің айырмасын қарастырайық:

$$u(x)=y(x)-y^*(x).$$

$$l[y(x)]=f(x),\quad l[y^*(x)]=f(x),$$

белгілі. Онда келесі теңдіктер орынды:

$$L[u(x)] = L[y(x)] - L[y^*(x)] = 0, \tag{21}$$

$$u(0) = y(0) - y^*(0) = 0,\quad u\left(\frac{\pi}{2} - 0\right) = y\left(\frac{\pi}{2} - 0\right) - y^*\left(\frac{\pi}{2} - 0\right) = 0,$$

$$u'\left(\frac{\pi}{2} - 0\right) = y'\left(\frac{\pi}{2} - 0\right) - {y^*}'\left(\frac{\pi}{2} - 0\right) = 0,\quad u(\pi) = y(\pi) - y^*(\pi) = 0, \tag{22}$$

(22) біртекті теңдеуінің біртекті шарттарын қанағаттандыратын нөлдік қана шешімі болады

$$u(x) = \begin{cases} \int_0^\pi G_1(x,t,\lambda)\cdot 0dt = 0, & 0 < x < \dfrac{\pi}{2}, \\ \int_0^\pi G_2(x,t,\lambda)\cdot 0dt = 0 & \dfrac{\pi}{2} < x < \pi, \end{cases}$$

бұдан $u(x) = y(x) - y^*(x) = 0,$ демек, $y(x) = y^*(x).$

Теорема дәлелденді.

ӘДЕБИЕТ

1 Melnikov Y.A., Melnikov M.Y. Green's functions construction and applications. De Gruyter Studies in Mathematics 42, Carsten Carstensen,Berlin, Germany, 2011. – 425 p.

2 Наймарк М.А. Линейные дифференциальные операторы. – М.: Наука, 1969. – 528 с.

REFERENCES

1 Melnikov Y.A., Melnikov M.Y. Green's functions construction and applications. De Gruyter Studies in Mathematics 42, Carsten Carstensen,Berlin, Germany, 2011. – 425 p.

2 Naimark M.A. Lineinye differentsial'nye operatory. – M.: Nauka, 1969. – 528 c.

Резюме

Н. Илескенкызы, Б. Е. Кангужин

(Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Республика Казахстан)

ФУНКЦИЯ ГРИНА ОПЕРАТОРА ДВУХКРАТНОГО ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ
С НЕЛОКАЛЬНЫМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ

В этой работе в пространстве $L_2[0,\pi]$ рассматривается оператор L_σ, который порождается через двукратное дифференциальные уравнение и с нелокальными краевыми условиями. В проколотом отрезке $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)\cup\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ выписан в явном виде формула функции Грина для оператора L_σ.

Ключевые слова: функция Грина, нелокальные краевые условия.

Summary

N. Ileskenkyzy, B. E. Kanguzhin

(Al-Farabi Kazakh national university, Almaty, Republic of Kazakhstan)

GREEN'S FUNCTION OF THE TWO-FOLD DIFFERENTIATION OPERATOR

WITH NONLOCAL BOUNDARY CONDITIONS

In this paper, in the space of $L_2[0,\pi]$ is considered the operator L_σ, which is generated through a two-fold differential equation with nonlocal boundary conditions. In the punctured segment $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)\cup\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ issued an explicit formula for the Green function of the operator L_σ.

Keywords: Green's function, not local regional conditions.

Поступила 15.05.2013 г.